

复旦大学数学 学学
2010~2011 学年 一学期期末 卷
A 卷

课程名称: 高等数学 A (上) 课程代码: MATH120001

开课院系: 数学 学学 考试形式: 闭卷

姓 名: _____ 学 号: _____ 专 业: _____

题 号	1	2	3	4	5	6	7	总 分
得 分								

1. (本 分 48 分, 每小 6 分) 下列各 :

(1) $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$, y'' ;

(2) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $e^{x^2} - (ax^2 + bx + c)$ 是比 x^2 无 小 , a, b, c ;

(装订线内不要答题)

(3) 极 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln \tan 7x}{\ln \tan 2x}$;

(4) n 为正整数, 函数 $f(x) = x^n e^{-x}$ ($x > 0$) 极值;

(5) 不定分 $\int \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx$;

(6) 反常分 $\int_0^1 \left(\ln \frac{1}{x}\right)^2 dx$;

(7) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$;

(8) 已 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 有 征值-1, \mathbf{A} 对应于 征值 全 征向 。

2. (本 分 8 分) a 、 b 为何值时, 函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin a(x+1)}{x+1}, & x < -1, \\ b, & x = -1, \text{ 在 } x = -1 \\ (2+x)^{\frac{1}{x+1}}, & x > -1 \end{cases}$

?

3. (本 分 8 分) A 最小值, 使得函数 $f(x) = 5x^2 + \frac{A}{x^5}$ ($x > 0$) 值不小于 28。

4. (本 分 8 分) 已 $\mathbf{a}_1 = (1, 0, 3, 0)^T$, $\mathbf{a}_2 = (0, 3, -2, 1)^T$, $\mathbf{a}_3 = (1, 1, 0, 0)^T$ 是 \mathbf{R}^4 中
向 , λ, μ 值, 使得 $\mathbf{b} = \lambda\mathbf{a}_1 + \mu\mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3$ 分别与 \mathbf{a}_1 、 \mathbf{a}_2 正交。

5. (本 分 9 分) a, b 为何值时, 性方

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 1, \\ -x_2 + (a-3)x_3 - 2x_4 = b, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + ax_4 = -1 \end{cases}$$

有唯一、无多、无? 在方 有 时, 出。

6. (本 分 9 分) 已 曲 $y = \int_0^x \sqrt{\sin t} dt$ ($0 \leq x \leq \pi$).

(1) 曲 弧 ;

(2) 明 曲 与 $x = \pi, y = 0$ 所 围 平 图 形 不 小 于 π .

7. (本 分 10 分) 函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上具有 二 阶 导数, 且 $f''(x) \geq 0$ ($x \in [a, b]$). 又已 $\omega(x)$ 是在 $[a, b]$ 上 非负 函数, 且 $\int_a^b \omega(x) dx = 1$.

明: (1) $a \leq \int_a^b x \omega(x) dx \leq b$;

$$(2) \int_a^b \omega(x) f(x) dx \geq f\left[\int_a^b x \omega(x) dx\right].$$