

复旦大学数学科学学院

2016~2017 学年第一学期期末考试试卷

A 卷

课程名称: 高等数学 A (上) 课程代码: MATH120021

开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

题号	1	2	3	4	5	6	7	总分
得分								

一. 简答题 (本题共 40 分, 每小题 5 分)

1. 求 $y = e^{2x} \sin 3x$ 的二阶导数;

2. 计算 $\int \frac{2x+6}{x^2+2x+5} dx$;

3. 计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt[4]{n^2+1})$;

4. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sin 2x} \ln(1+t) dt}{x \ln(1+x)}$;

姓 名: _____ 学 号: _____ 专 业: _____

(装 订 线 内 不 要 答 题)

5. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 & -2 \\ 1 & -3 & 2 & -2 \end{vmatrix}$;

6. 设矩阵 A, B 满足 $2AB = 3A + B$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, 求矩阵 B ;

7. 求函数 $y = x^4 - 8x^2$ 的极值;

8. 计算 $\int_1^{+\infty} \frac{4x+2}{x^2(1+x^2)} dx$ 。

二. (本题 10 分) 求由 $x^2 + y^2 = a^2$ 与 $y^2 + z^2 = a^2$ 所围立体在第一卦限部分的体积。

三. (本题 10 分) 设 $f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{1}{x}}, & x \neq 0 \\ e, & x = 0 \end{cases}$, 求 $f^{(4)}(0)$ 的值。

四. (本题 10 分) 求不定积分 $\int \frac{1}{\sin^4 x \cos^4 x} dx$ 。

五. (本题 10 分) 将直线 $l: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ 绕直线 $l_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ 旋转一周可得一个旋转曲面, 求此旋转曲面的方程。

六. (本题 10 分) 求使得下式成立的最小的 α :

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+\alpha} > e, n = 1, 2, \dots$$

七. (本题 10 分) 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 可导, $f(0) = 0, f(1) = 1$, 证明: 对任意的三个正数 a, b, c , 存在三个不同的数 $x_i \in (0,1), i = 1, 2, 3$, 使得

$$\frac{a}{f'(x_1)} + \frac{b}{f'(x_2)} + \frac{c}{f'(x_3)} = a + b + c.$$