

复旦大学数学科学学院  
2016~2017 学年第一学期期末考试试卷

A 卷

课程名称: 高等数学 A (上) 课程代码: MATH120021

开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

题号	1	2	3	4	5	6	7	总分
得分								

一. 简答题 (本题共 40 分, 每小题 5 分)

1. 求  $y = e^{2x} \sin 3x$  的二阶导数;

2. 计算  $\int \frac{2x+6}{x^2+2x+5} dx$ ;

3. 计算  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt[4]{n^2+1})$ ;

4. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sin 2x} \ln(1+t) dt}{x \ln(1+x)}$ ;

姓 名: \_\_\_\_\_ 学 号: \_\_\_\_\_ 专 业: \_\_\_\_\_

( 装 订 线 内 不 要 答 题 )

5. 计算行列式  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 & -2 \\ 1 & -3 & 2 & -2 \end{vmatrix}$ ;

6. 设矩阵  $A, B$  满足  $2AB = 3A + B$ , 其中  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ , 求矩阵  $B$ ;

7. 求函数  $y = x^4 - 8x^2$  的极值;

8. 计算  $\int_1^{+\infty} \frac{4x+2}{x^2(1+x^2)} dx$ 。

二. (本题 10 分) 求由  $x^2 + y^2 = a^2$  与  $y^2 + z^2 = a^2$  所围立体在第一卦限部分的体积。

三. (本题 10 分) 设  $f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{1}{x}}, & x \neq 0 \\ e, & x = 0 \end{cases}$ , 求  $f^{(4)}(0)$  的值。

四. (本题 10 分) 求不定积分  $\int \frac{1}{\sin^4 x \cos^4 x} dx$ 。

五. (本题 10 分) 将直线  $l: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$  绕直线  $l_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$  旋转一周可得一个旋转曲面, 求此旋转曲面的方程。

六. (本题 10 分) 求使得下式成立的最小的  $\alpha$  :

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+\alpha} > e, n = 1, 2, \dots$$

七. (本题 10 分) 设  $f(x)$  在  $[0,1]$  上连续, 在  $(0,1)$  可导,  $f(0) = 0, f(1) = 1$ , 证明: 对任意的三个正数  $a, b, c$ , 存在三个不同的数  $x_i \in (0,1), i = 1, 2, 3$ , 使得

$$\frac{a}{f'(x_1)} + \frac{b}{f'(x_2)} + \frac{c}{f'(x_3)} = a + b + c.$$