

复旦大学数学科学学院
2014~2015 学年第一学期期末考试试卷

A 卷

课程名称: 高等数学 B (上) 课程代码: MATH 120003

开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一、(本题共 40 分, 每小题满分 5 分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1)[\ln(x-1) - \ln x]$

2. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k^2}$

3. 已知函数 $f(x) = 2^{\ln x} + x^{\ln 2}$, 求 $f'(x)$

姓名: _____ 学号: _____ 专业: _____

(装订线内不要答题)

4. 设向量 a 和向量 b 的夹角为 θ ，且 $\|a\|=2$ ， $\|b\|=1$ ，求极限

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\|a\| + \|b\| - \|a+b\|}{\theta^2}$$

5. 已知函数 $f(x) = \frac{1-x}{1+x^2}$ ，求 $f'''(0)$

6. 已知函数 $y = x \ln x$ ，求 $\left. \frac{dx}{dy} \right|_{x=1}$

7. 求不定积分 $\int \frac{1}{(1-x)^2} \ln \frac{1+x}{1-x} dx$

8. 求反常积分 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}} dx$

二、(本题共 12 分, 每小题满分 6 分)

1. 在数列 $\left\{ \sqrt[n]{\frac{1}{n}} \right\}$ 中, 找出数值最小的项。

2. 解方程: $\arctan \sqrt{x(x-1)} + \arcsin \frac{1}{\sqrt{x^2-x+1}} = \frac{\pi}{2}$

三、(本题满分 8 分) 已知曲线 γ 的极坐标方程由关系式: $\theta = \frac{1}{2}(r + \frac{1}{r})$ ($1 \leq r \leq 3$)

所确定, 求曲线 γ 的长度。

四、(本题满分 8 分) 已知方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + \lambda x_3 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + \lambda^2 x_3 = 0 \end{cases}$$
 与方程 $x_1 + 2x_2 + x_3 = \lambda - 1$

有公共解, 求 λ 的值及所有公共解。

五、(本题满分 8 分) 一束光线沿直线: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$ 照射到平面镜:

$2x + y - z + 1 = 0$ 后反射, 用直线的对称式方程写出反射光线所在的直线方程。

六、(本题满分 8 分)

(1)、写出直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$ 绕 y 轴旋转而成的曲面方程。

(2)、求上述旋转曲面和平面 $y=0, y=1$ 所围几何体的体积。

七、(本题满分 10 分) 讨论含参数 p 的反常积分 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^p \ln(1+x^2)} dx$ 的敛散性。

八、(本题满分 6 分) 已知函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, $f(0)=0$, $f(1)=1$, 在 $(0,1)$ 内 $f'(x)>0$, 证明: 对于任意给定的实数 $k_1>0, k_2>0, \dots, k_n>0$, 均存在 $(0,1)$ 内互

不相同的实数 $t_1>0, t_2>0, \dots, t_n>0$, 使得 $\sum_{i=1}^n \frac{k_i}{f'(t_i)} = \sum_{i=1}^n k_i$ 。