

复旦大学数学科学学院

2012~2013学年第二学期期末考试

■ 高数C (下) A 卷参考答案

1. (1) $z_x(1, 1) = 3, z_{xy}(1, 1) = -4.$

(2)
$$\begin{cases} -x + 2y + 2z - 3 = 0 \\ 2x - 3y + 5z - 4 = 0 \end{cases} \quad \text{或} \quad \frac{x-1}{16} = \frac{y-1}{9} = \frac{z-1}{-1}.$$

(3) $2\pi.$

(4) $\pi.$

(5) $\frac{e + e^{-1}}{2} - 1.$

(6) 2小时.

2. 显然最大值可在 $0 \leq x$ 及 $y \leq 0$ 且 $x - y \leq 1$ 时取到.

由 $z_x = z_y = 0$ 可解得: $x = y = 0, z(0, 0) = 0;$

由 $x = 0: z = y^2, y = -1$ 时 z 取最大值 1;

由 $y = 0: z = x^2, x = 1$ 时 z 取最大值 1;

由 $y = x - 1, x \in [0, 1]: z = x^2 - x + 1, x = 1$ 时 z 取最大值 1;

所以 z 的最大值为 1.

3. 因为 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0) - f'(0)x}{x^2} = \frac{f''(0)}{2},$

所以 $\exists N_0 > 0 \forall n > N_0: |f(\frac{1}{n}) - f(0) - f'(0)\frac{1}{n}| < \frac{|f''(0)| + 1}{n^2},$ 因而:

(1) $f(0) \neq 0$ 时, 级数发散;

(2) $f(0) = 0, f'(0) \neq 0$ 时, 级数条件收敛;

(3) $f(0) = f'(0) = 0$ 时, 级数绝对收敛.

4. $S(x) = \ln(1 + \frac{x}{2}), x \in (-2, 2].$

$$\ln(1 + \frac{x}{2}) = \ln \frac{3}{2} + \ln(1 + \frac{x-1}{3}) = \ln \frac{3}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n3^n} (x-1)^n$$

收敛域为 $x \in (-2, 4]$ (但仅在 $(-2, 2]$ 上与 $S(x)$ 相等).

5.

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

6. $f(0) = 1, f'(x) = e^x + 2f(x) - \int_0^x f(t)dt, f'(0) = 3,$

$$f''(x) - 2f'(x) + f(x) = e^x$$

解得: $f(x) = (1 + 2x + \frac{1}{2}x^2)e^x$.

$$7(1)p = \int_{0.8}^1 6x(1-x)dx \approx 0.104.$$

$$(2)[0, 0.2], \int_{0.8}^1 (x-0.8)6x(1-x)dx \approx 0.0072.$$

$$(3)365 * p \approx 37.96$$