

二、(6') 设函数 $f(x) = \begin{cases} x+1 & x \leq 0 \\ x^x & x > 0 \end{cases}$, 讨论 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的连续性, 并求这个函数的单调区间和极值。

三、(6') 设 $f(0)=0$, $f'(0)$ 存在, 求 $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} f(e^x)$ 。

四、(6') 设函数 $f(x)$ 处处可导, 且有 $f'(0)=1$, 并对任何实数 x 和 h , 恒有 $f(x+h) = f(x) + f(h) + 2hx$, 求 $f'(x)$ 。

五、(6') 求曲线 $\begin{cases} x = e^t \sin 2t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$ 在点(0,1)处的切线方程。

六、(6'×3) 求积分

1. $\int_{-1}^1 \left(\frac{x \cos x}{x^4 + 2} + 1 \right) dx$

2. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+x^2)^2} dx$

3. $\int \frac{x dx}{1 + \sin x}$

七、(6') 已知 $f(x) = \int_1^x \frac{\ln t}{1+t} dt$, 求 $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ 。

八、(6') 设函数 $f(x) = \int_1^x e^{-t^2} dt$, 求 $\int_0^1 x f(x^2) dx$ 。

九、(6') 求抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 及其在点 $\left(\frac{p}{2}, p\right)$ 处的法线所围区域的面积。

十、(6') 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, I 为 3 阶单位阵, $A^{-1}(BX + I) = 2X$, 求 X 。

十一、(8') 设 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ 均为三维列向量, $A = (\alpha_1, \alpha_2, \beta_1)$, $B = (\alpha_1, \alpha_2, \beta_2)$, 行列式 $|A| = 2$, $|B| = 1$, 求行列式 $|2A - 5B|$ 。

十二、(8') 问 a, b 取何值时, 方程组
$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ zx + (a+z)y + (a+z)z = 3 \\ -3ay + (a+2b)z = -3 \end{cases}$$
 分别有唯一解、无穷多解和无解。