

# 2009 ~ 2010 学年第一学期期末考试

## 《高等数学 C》A 卷试卷答案

一. (6×5 分)

1.  $e^{-3}$ ; 2.  $\frac{1}{2\pi}(e^{2\pi} - 1)$ ; 3.  $f''(x)$ ; 4. 16; 5.  $-\frac{e}{4t^2(1+2\ln t)^2}$ 。

二. (8 分) 提示: 构造辅助函数  $F(x) = xf(x)$ 。

三. (3×6 分) 1.  $\int \max\{|x-1|, 1\} dx = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + x + C & x < 0, \\ x + C & 0 \leq x \leq 2, \\ \frac{1}{2}x^2 - x + 2 + C & x > 2; \end{cases}$

2.  $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$ ;

3.  $\frac{1}{4} \ln 2$ 。

四. (8 分)  $f(0) = 1$ 。

五. (12 分) (1)  $f(x) = \frac{3a}{2}x^2 + (4-a)x$

(2)  $a = -5$  时, 旋转体的体积达到最小  $V = \frac{9\pi}{2}$ 。

六. (8 分)  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = 0$ 。

七. (6 分)  $X^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。

八. (10 分) 1) 证明:  $|\bar{A}| = \begin{vmatrix} 1 & a_1 & a_1^2 & a_1^3 \\ 1 & a_2 & a_2^2 & a_2^3 \\ 1 & a_3 & a_3^2 & a_3^3 \\ 1 & a_4 & a_4^2 & a_4^3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ a_1^2 & a_2^2 & a_3^2 & a_4^2 \\ a_1^3 & a_2^3 & a_3^3 & a_4^3 \end{vmatrix} = \prod_{1 \leq j < i \leq 4} (a_i - a_j) \neq 0$ ,

$\therefore r(\bar{A}) = 4$  而  $r(A) \leq 3 \quad \therefore r(\bar{A}) \neq r(A)$  所以, 原线性方程组无解。

2) 通解为  $x = \lambda x^{(1)} + \beta_1 = \lambda \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \lambda \in \mathbf{R}$ 。