

# 复旦大学数学科学学院

## 2009~2010 学年第二学期期末考试试卷

### A 卷答案

一、(15分) 1、0; 2、 $\frac{1}{2}$ ; 3、0。

二、(8分)  $dz = \frac{z}{xF'_1 + yF'_2}(F'_1 dx + F'_2 dy)$ 。

三、(8分) 当三角形的三个顶点为(0,2),(-3,-1),(3,-1); (0,-2),(-3,1),(3,1)时, 三角形面积一定存在最大值, 且为  $S_{\max} = 9$ 。

四、(8分)  $I = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$ 。

五、(8分) 提示: 左式 =  $\int_m^n \int_m^n f(x)f(y)dxdy \leq \int_m^n \int_m^n \frac{1}{2}[f^2(x) + f^2(y)]dxdy =$  右式。

六、(6分) 当  $0 < a \leq 1$  时,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{a^n + n^2}$  收敛; 当  $a > 1$  时,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{a^n + n^2}$  发散。

七、(8分)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)} x^n = \begin{cases} \frac{1}{x} \ln(1-x) + \frac{1}{1-x} & x \in (-1, 1), x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{(n+1)2^n} = -S\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \ln \frac{3}{2} - \frac{2}{3}。$$

八、(8分)  $f(t) = \frac{1}{\pi}(e^{\pi t^4} - 1)$ 。

九、(10分)  $f(x) = \cos x - \frac{1}{2} \sin x - \frac{1}{2} x \cos x$ 。

十、(10分) (1) 0.02093; (2) 0.04539;

(3) 实际患肺结核的可能性并不大(只有 4.54%), 原因是: 肺结核发病率 0.001 很小, 使得  $P(\bar{A})P(B/\bar{A})$  相对较大, 进而使得  $P(A/B)$  比较小; 另一方面肺结核发病率 0.001 远小于 X 光透视诊断方法的错误率  $P(B/\bar{A}) = 0.02$ ,  $P(\bar{B}/A) = 0.05$ . 即 1000 人中, 肺结核患者实际只有 1 人左右, 而这 1000 人进行 X 光透视后, 出现诊断错误的有 20 至 50 人左右, 远远多于实际患者 1 人。

十一、(11 分) (1)  $C = 4000$ ; (2)  $P(X \leq 4800 | 4500 < X < 5000) = \frac{5}{8} = 0.625$ ;  
(3) 0.2634。