

复旦大学数学科学学院

2011~2012 学年第一学期期末考试试卷

□ A 卷

课程名称: 高等数学 C (上) 课程代码: MATH120005

开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

姓 名: 学 号: 专 业: 医学试验班、八年制临床医学

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一、填充题 (3'×5)

1. 设 $\frac{\sin x}{x}$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则为 $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} xf'(x)dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x + xf(x)}{x^3} = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 + f(x)}{x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 则 $(A^*)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^n + 3^n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x - \cos x}{1 + \sin^2 x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、单选题 (3'×5)

1. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ 是 $f(x)$ 在 x_0 的某空心邻域内无界的 () 条件。

- A. 充分 B. 必要 C. 充分必要 D. 无关

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{f(3x)} = (\quad)$ 。

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

3. 设 A 为齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + tx_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + tx_3 = 0 \end{cases}$ 的系数矩阵, 若有三阶方阵 $B \neq 0$, 且 $AB = 0$, 则 ()。

- A. $t = -2$, 且 $|B| = 0$ B. $t = -2$, 且 $|B| \neq 0$ C. $t = 1$, 且 $|B| = 0$ D. $t = 1$, 且 $|B| \neq 0$

4. 下列积分中可直接用 Newton-Leibniz 公式计算积分的是 ()。

- A. $\int_0^6 \frac{x^3}{1+x^2} dx$ B. $\int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ C. $\int_0^6 \frac{x}{(x^2-6)^2} dx$ D. $\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{1}{x \ln x} dx$

5. $\forall x$, 有 $f(-x) = -f(x)$, 且 $f'(-x_0) = -k \neq 0$, 则 $f'(x_0) = (\quad)$ 。

- A. $\frac{1}{k}$ B. $-\frac{1}{k}$ C. $-k$ D. k

三、计算题(6'×8)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (\sqrt{1+t^2} - \sqrt{1-t^2}) dt}{x^2 \sin x}$

2. $\int \frac{\cos^2 x - \sin x}{\cos x (1 + \cos x e^{\sin x})} dx$

3. 设 $y = f(x)$ 由方程 $xy^2 + \sin x^3 = y \cdot 3^x$ 确定, 求 dy 。

4. $y = \arctan(3e^x)$, 求 $\frac{dy}{d \sin x}$ 。

5. 设 $f(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ x+1, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2x, & x > 1 \end{cases}$, 求 $\int f(x)dx$ 。

6. $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1-2x}{1+2x}} dx$

7. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^2}$

8. $A = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & -d & c \\ -c & d & a & -b \\ -d & -c & b & a \end{pmatrix}$, 求 $|A|$ 。

四、证明题 (5'×2)

1. 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 区间上有一阶连续导数, 且 $f(1) - f(0) = 1$, 证明: $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx \geq 1$ 。

2. 设 $f'(x)$ 在 $[a, b]$ 上存在, 且 $f'(a) < f'(b)$, r 为 $f'(a)$ 、 $f'(b)$ 之间的任意一个数值, 则在 (a, b) 内存在一点 ξ , 使得 $f'(\xi) = r$ 。

五、综合题(12')

1. 设点 P 位椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上一点, F_1, F_2 为椭圆的两个焦点, 求 $|PF_1| \cdot |PF_2|$ 的最大值。(5')

2. 设
$$\begin{cases} kx_1 + x_2 + x_3 = 5 \\ 3x_1 + 2x_2 + kx_3 = 18 - 5k \\ x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$
，问 k 取何值，方程组无解，有唯一解，有无穷解？在有无穷解时，求

出全部解。(7')