（装订线内不要答题）

复旦大学数学科学学院

2010～2011 学年第二学期期末考试试卷

A 卷

课程名称：高等数学 A（下） 课程代码：MATH120002

开课院系：数学科学学院 考试形式：闭卷

姓 名：________ 学 号：________ 专 业：________

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8	总 分
得 分									

1．（本题满分 42 分，每小题 7 分）计算下列各题：

（1）设方程 $z-x=\arctan\dfrac{y}{z-x}$ 确定隐函数 $z=z(x,y)$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$。

（2）计算二重积分 $\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$，其中 D 是圆 $x^2+y^2=2y$ 所围的有界闭区域。

（3）求椭圆抛物面$z=1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}$（$a$，$b>0$）与平面$z=0$所围立体的体积。

（4）计算曲线积分$\int_L (x^2+y^2)ds$，其中L是曲线$\begin{cases} x=\cos t+t\sin t, \\ y=\sin t-t\cos t \end{cases}$（$0\le t\le 2\pi$）。

（5）将 $f(x)=x^2$（$0\le x\le 2$）展开为周期 4 的余弦级数。

（6）解定解问题 $\begin{cases} y''+4y=8e^{2x}, \\ y\big|_{x=0}=1,\ \ y'\big|_{x=0}=1. \end{cases}$

2.（本题满分 8 分）已知函数 $z=f(x,y)$ 的全微分为 $dz=2xdx-2ydy$，且 $f(1,1)=2$。求 f 在椭圆域 $D=\left\{(x,y)\mid x^2+\dfrac{y^2}{4}\le 1\right\}$ 上的最大值和最小值。

3.（本题满分 8 分）求过直线 L：$\begin{cases} x+2y+z-1=0, \\ x-y-2z+3=0 \end{cases}$ 且与曲线 C：$\begin{cases} x^2+y^2=\dfrac{1}{2}z^2, \\ x+y+2z=4 \end{cases}$ 在点 $P_0(1,-1,2)$ 处的切线平行的平面方程。

4.（本题满分 8 分）求曲面积分$\iint\limits_{\Sigma}(x+y+z)dS$，其中$\Sigma$为球面$x^2+y^2+z^2=a^2$上$z\geq h$（$0<h<a$）的部分。

5.（本题满分 8 分）计算曲线积分$\oint\limits_{L}\frac{xdy-ydx}{4x^2+y^2}$，其中$L$为圆周$x^2+(y-1)^2=4$，定向为逆时针方向。

6.（本题满分 8 分）计算曲面积分$\iint\limits_{\Sigma}(xz^2+\sin y)dydz+(x^2y-z)dzdx+y^2zdxdy$，其中$\Sigma$为上半球面$x^2+y^2+z^2=4$（$z\geq 0$）的上侧。

7.（本题满分 8 分）求级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(n^2-n+1)}{2^n}$的和。

8．（本题满分 10 分）设 $y_n(x)$ 是定解问题 $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = \left(y + \dfrac{x}{n^2} \right)^2, \\ y(0) = 0 \end{cases}$ 的解（$n = 1, 2, \cdots$）。

（1）求 $y_n(x)$（$n = 1, 2, \cdots$）；

（2）证明：对于每个 $x \in \left(0, \dfrac{\pi}{2} \right)$，级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 y_n(x)$ 收敛。