

复旦大学

2011 ~2012 学年第二学期期末考试试卷 (A 卷)

课程名称: 高等数学(B) 课程代码: MATH120004.01-05

开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

姓 名: _____ 学 号: _____ 专 业: _____

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总分
得分											

一. (10 分) 求椭球面 $x^2 + y^2 + 2z^2 = 7$ 和平面 $x + y + z = 0$ 的交线在点 $(-2, 1, 1)$ 处的切线方程。

二. (10分) 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n(2n+1)}$ 的和。

三. (10分) 求 $f(x, y, z) = x^4 + y^4 + z^4$ 在曲面 $xyz = 1$ 上的极值, 并给出它是极大值还是极小值的详细理由。

四. (10分) 计算二重积分 $\iint_D (y+x^2) dx dy$, 这里 $D: x^2 + \frac{1}{2}(y-x)^2 \leq \sqrt{2}$ 。

五. (10分) 求微分方程 $3y^3(1+x^2)\frac{dy}{dx} - xy^4 + 2xy\sqrt{1+x^2}\cos(2x) = 0$ 的一个通解。

六. (10分) 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\ln n}{n}\right)^n$ 的收敛性, 并给出详细理由。

七. (10分) 将 $f(x) = x^2$ 在 $(-\pi, \pi)$ 上展开成 Fourier 级数, 并求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$ 或级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ 的和。

八. (10分) 计算三重积分 $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$, 这里 $V: x^2 + y^2 + z^2 \leq z$ 。

九. (10分) 设函数 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 的某个邻域内有连续的偏导数 $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$, 证明:

$f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 处一定可微。

十. (10分) 设 a, b 是实数, 试给出“当 $x \rightarrow +\infty$ 时, 二阶常微分方程 $y'' + ay' + by = 0$ 的每个解都趋向于零”的必要充分条件, 并证明你的结论。