

复旦大学经济学院

2008 ~ 2009 学年第一学期期末考试试卷

A 卷

课程名称: 高等数学 B 课程代码: MATH120003.

开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

姓名: _____ 学号: _____ 专业: _____

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、 计算题 I: (每小题 6 分, 共 36 分)

(1) 求极限: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[x - x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right] =$

(2) 求极限: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt[3]{1+3x}}{x^2} =$

(3) 求函数 $y = (1+x)^x$ 的微分 $dy =$

(4) 求不定积分: $\int \frac{3}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}} dx =$

(5) 求不定积分: $\int \frac{1}{1 + \sqrt{1-x^2}} dx =$

(6) 设常数 $a \in (-1, 1)$, 求定积分: $\int_{-1}^1 |x-a| dx =$

二、 计算题 II: (每小题 6 分, 共 24 分)

(1) 求曲线 $y = 1 - x + \sqrt{\frac{x^3}{1+x}}$ 的渐近线。

(2) 求由方程组 $\begin{cases} x+t(1-t)=0 \\ y-te^y-1=0 \end{cases}$ 确定的平面曲线 $y = y(x)$ 在参数 $t = 0$ 处的切线方程。

(3) 设函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内连续, 且满足 $f(x) = 2 + \frac{1}{x} \int_1^x f(t) dt$, 求函数 $f(x) =$

(4) 求直角坐标平面上曲线 $y = 2\sqrt{x}$, 直线 $y = 2$ 和 y 轴所围区域绕 y 轴旋转一周形成的旋转体体积 V 。

三、 计算题III: (每小题 8 分, 共 24 分)

(1) 求广义积分: $\int_0^1 \frac{x + \ln(1-x)}{x^2} dx =$

(2) 请用点向式方程表示两直线 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$ 与 $L_2: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ 的公垂线方程。

(3) 设函数 $f(x) = nx(1-x)^n$ 在区间 $[0, 1]$ 上的最大值为 $M(n)$, 求极限 $\lim_{n \rightarrow +\infty} M(n) =$

四、论述题: (每小题 8 分, 共 16 分)

(1) 讨论含参数 p 的广义积分 $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{x^p} dx$ 的敛散性。

(2) 设常数 $a \geq e$, 证明当 $x > 0$ 时 $(a+x)^a < a^{a+x}$ 。