

温控设备问题

(华东师范大学 刘永明 供题)

在某一温控设备中有一水平放置的弹性圆柱形细杆，左端与壁垂直固联(以固联处为坐标原点，梁的中心轴线位于 x 轴上，杆长 $L = 34\text{mm}$ ，抗弯刚度 $EI = 1318.4 \text{ N}\cdot\text{mm}^2$ (牛·毫米平方) 细杆右端与一竖直的钢臂相连，在臂的两端对称于细杆用两根水平放置的相同弹簧(不受力时长度 $L_0 = 21\text{mm}$)与壁相连，两弹簧之间距 $h = 11\text{mm}$ 。

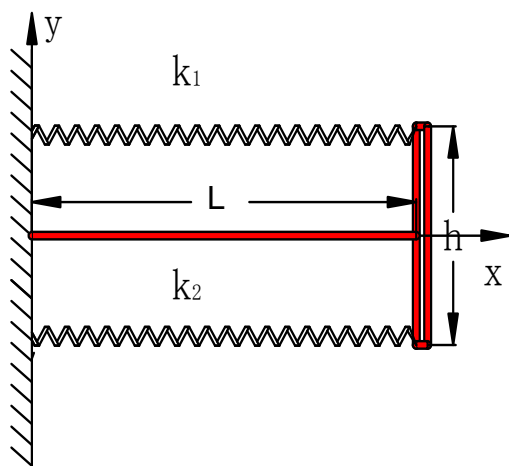
设两根弹簧的刚性系数 k 与温度 $T(^{\circ}\text{C})$ 有关: 当 T 在 35°C 到 60°C 之间时

$$k = 0.034 + 0.061[1 + \sin(0.04\pi(T - 47.5))] \text{ (N/mm)},$$

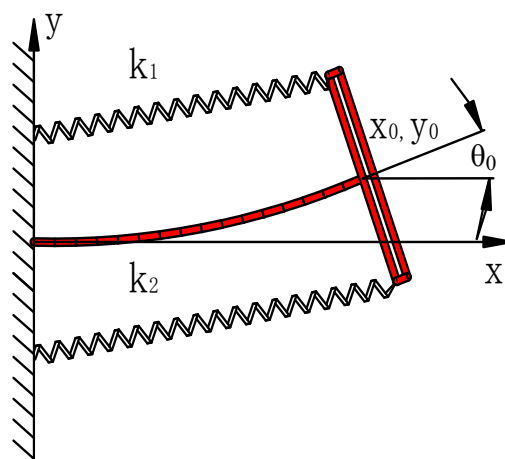
其他温度时刚性系数不变, 即 $T > 60^{\circ}\text{C}$ 时, $k = 0.156 \text{ (N/mm)}$, $T < 35^{\circ}\text{C}$ 时, $k = 0.034 \text{ (N/mm)}$. 当上下两弹簧温度相同时, 设备如图(a)所示, 当上弹簧的刚性系数 k_1 大于下弹簧的刚性系数 k_2 时, 设备的示意图如图(b).

问题是

当上弹簧温度为 60°C , 下弹簧温度为 35°C 时, 画出细杆的中心轴线的形状并求出细杆的中心轴线右端坐标 (x_0, y_0) (mm) 以及转角 θ_0 (弧度) 的数值(假定钢臂、钢臂与细杆的夹角都没有形变, 并且忽略重力及细杆的轴向形变)。



(a)



(b)