



## 复旦大学数学科学学院 数学综合报告会

报告题目：从离散概率中的4个名猜想谈起 1-3 (1)

报告人：向开南 教授 (湘潭大学)

时间：2021-10-14 星期四 13:30--15:30

地点：腾讯会议 ID: 389 418 439

### 报告摘要：

本系列报告将阐述4个著名离散概率猜想之间可能的联系以及另外3个关于随机离散结构的令人喜爱的猜想。主要内容如下：

猜想1. 拟可迁无穷图上有非平凡相变的Bernoulli渗流在临界情形不发生渗透。

猜想2. 对非顺从拟可迁无穷图，其上的Bernoulli渗流满足 $p_c < p_u$ 。其中 $p_c$ 、 $p_u$ 分别是渗流是否存在无穷连分支和唯一无穷连分支的临界概率阈值。

猜想3. 单模随机网络可以用有限网络来局部逼近。

猜想4. 存在临界维数 $d_c \in \{6, 8\}$ 使 $\mathbb{Z}^d$ 上的极小一致展开森林 (MSF) 中树的数目在 $d < d_c$ 时为1而在 $d > d_c$ 时为 $\infty$ ，在临界维数时为1或 $\infty$  (需具体确定)。

猜想1是概率论中Fields奖级别的问题，对 $d \geq 1$ 或 $d=2$ 的 $\mathbb{Z}^d$ 、非顺从单模图和指数体积增长图成立。猜想2在非单模情形、双曲情形成立，在单模情形仍然是开的。猜想3对理解猜想2有价值。猜想3对概率论、图论组合、群论、算子代数、遍历论等有深远和广泛的影响，对支撑在树上的单模随机网络、超有限的单模随机网络、单连通单模地图成立。猜想4中树的数目与 $\mathbb{Z}^d$ 上一类高度无序的Edwards-Anderson型Ising spin-glass模型的基态数目密切相关：猜想4能肯定回答自旋玻璃理论中最基础、最核心的问题之一“在有限维情形，短程spin glass可否有无穷多个基态？” (约有近40年历史)。

不同于MSF的与费米场论、非线性 $\sigma$ 模型密切相关的一种随机展开森林模型Arboreal Gas还有许多基础问题待解决。例如猜测其有负相关性、在不低于3维情形有相变、3-4维情形在很低温时只有1棵无穷树而在不低于5维情形在很低温时有 $\infty$ 棵无穷树。

非线性数学模型与方法教育部重点实验室  
中法应用数学国际联合实验室  
上海市现代应用数学重点实验室  
复旦大学数学研究所