# 复旦大学数学科学学院

# 2011～2012学年第二学期期末考试试卷

# □A卷

课程名称：高等数学C（下）　　课程代码：MATH120006.03

开课院系：数学科学学院　　考试形式：闭卷

姓　名：________　学　号：________　专　业：医学试验班、八年制临床医学

| 题　号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 总　分 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 得　分 | | | | | | |

一、　填充题（$4'\times 3$）

1．$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{2x^2-y^2}{2x^2+y^2}$________。

2．$y''+\sqrt{1-y'^2}=0$，则通解________。

3．方程$e^y-y'=\dfrac{1}{x}$的通解为________。

二、单选题（$4'\times 3$）

1．下列级数中绝对收敛的是（　　）。

A. $\sum\limits_1^\infty\dfrac{(-1)^n}{\ln(1+n)}$　B. $\sum\limits_1^\infty\dfrac{n^3-1}{n^2+2}$　C. $\sum\limits_1^\infty(-1)^n\dfrac{2n^2+1}{n^3-2n+1}$　D. $\sum\limits_1^\infty\dfrac{(-1)^n n}{\sqrt{3^n}}\sin n$

2．$X\sim N(0,4)$，则$P(X<1)=$（　　）。

A. $\int_0^1\dfrac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{8}}dx$　B. $\int_0^1\dfrac{1}{4}e^{-\frac{x^2}{4}}dx$　C. $\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}}$　D. $\int_{-\infty}^{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx$

3．幂级数$\sum\limits_1^\infty\dfrac{(x-2)^n}{n}$的收敛区间是（　　）。

A. $[1,3]$　B. $[1,3)$　C. $(-1,1)$　D. $[-1,1)$

三、计算题（$6'\times 6$）

1．$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{\sin x^2 y}{(\cos x-1)\arcsin y}$。

2．$\iint\limits_D (a-2x-3y)dxdy$，其中$D$为由$x^2+y^2=R^2$所围区域。

3．$y^3dx+2\left(x^2-xy^2\right)dy=0$，求通解。

4．设$z=f\left(x,\dfrac{x}{y}\right)$具有二阶连续偏导数，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

5．投掷均匀的骰子$n$次，所得$n$个点数的最小值、最大值分别记为$\xi$、$\eta$，求$\xi$、$\eta$分布列。

6．求$f(x)=\dfrac{1}{x^2+3x+2}$在点$x=-4$处的 Taylor 级数。

四、综合题（$28'$）

1．设随机变量$X$的概率密度函数为$P_X(x)=\begin{cases}\dfrac{3}{2}x^2, & -1<x<1,\\ 0, & 其他\end{cases}$，$Y=3-X$，求：

（1）$Y$的概率密度函数；（2）$EY$、$DY$。（$10'$）

2．验证函数$y=x+\dfrac{x^3}{3!}+\dfrac{x^5}{5!}+\cdots+\dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}+\cdots(-\infty<x<+\infty)$满足方程$y''+y'=e^x$，

并用此结果求$\sum\limits_0^\infty \dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$的和函数。（$10'$）

3．求方程$x+yy'=f(x)g\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$的通解，并由此结果求$x+yy'=\tan x\cdot\left(\sqrt{x^2+y^2}-1\right)$的通解。（$8'$）

五、 证明题（$6'\times 2$）

1．设$f(x)$在$[a,b]$上为恒大于零的连续函数，用二重积分证明$\int_a^b f(x)dx\cdot\int_a^b\dfrac{dx}{f(x)}\ge(b-a)^2$。

2．设$\sum\limits_1^\infty(a_n-a_{n-1})$收敛，正项级数$\sum\limits_1^\infty b_n$收敛，证明：$\sum\limits_1^\infty(-1)^n a_n b_n$绝对收敛。