

复旦大学数学科学学院
2013~2014 学年第二学期期末考试试卷
A 卷

课程名称: 高等数学 C (下) 课程代码: MATH120006

开课院系: 数学科学学院 考试形式: /闭卷/

姓 名: _____ 学 号: _____ 专 业: _____

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 总分 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 得分 | | | | | | | | |

一、(本题满分 42 分, 每小题 7 分) 计算下列各题:

1、设 $u(x, y) = x \sin(x + y)$, 求 $u_x(x, y)$, $u_{xy}(x, y)$.

2、计算 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(1 - e^{-\frac{x^2}{2}}) \arcsin(x + y^3)}{\tan(x^2 y^3 + x^3)}$

3、计算 $\iint_D \sin y^2 dx dy$, 其中 D 是由 $x + y = 1$, $x = 1$ 及 $y = 1$ 所围成的区域。

(装订线内不要答题)

4、求幂级数 $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{2^n} x^n$ 的收敛半径及收敛域。

5、解微分方程 $xy' - y = x^3$ 。

6、10 件产品中有 4 件次品，现从中任意抽取 3 件，求其中是次品的概率分布和平均次品数。

二、(10分) 在椭圆 $x^2 + 4y^2 = 4$ 上求一点, 使其到直线 $2x + 3y - 6 = 0$ 的距离最短。

三、(10分) 设平面区域 $D = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$,

计算二重积分
$$\iint_D \frac{x\sqrt{x^2 + y^2}}{x + y} dx dy$$

四、(8分) 讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^2 n}{n^q}$ 的敛散性 ($q > 0$) .

五、(8分) 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1+x^2}{x} \arctan x, & x \neq 0 \\ 1 & , x = 0 \end{cases}$, 求 $f^{(n)}(0)$.

六、(10 分) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 0.5 \cos \frac{x}{2} & 0 \leq x \leq \pi \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$, 对 X 独

立观察 4 次, 用 Y 表示观察值大于 $\frac{\pi}{3}$ 的次数, 求 EY^2 .

七、(12分) 设 $f(u)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上二阶连续可导, $z = f(e^x \cos y)$,

(1) 求: $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$;

(2) 若 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = e^{2x}(4z + 8e^x \cos y)$, 且 $f(0) = f'(0) = 0$,

试求出 $f(u)$ 的表达式。