

(装订线内不要答题)

复旦大学数学科学学院  
2016~2017 学年第二学期期末考试试卷  
A 卷 答案

一、

1、  $e^{\frac{1}{a}}$

2、  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 2xf'(x^2 + y) - f'(x - y + 1), \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = f'(x^2 + y) + f'(x - y + 1).$

3、  $\frac{\pi}{10}$

4、  $R=1, \quad [-1, 1) .$

5、  $y(x) = \frac{x}{2}(x+4)e^{3x} .$

6、 0.12

二、  $f(x, y) = x^2 - y^2 + 2, \quad f_{\min}(0, \pm 2) = -2, \quad f_{\max}(\pm 1, 0) = 3 .$

三、  $4 - \frac{\pi}{2} .$

四、  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n + 3^n}{n} x^n = -\ln(1-3x)(1+4x), \quad x \in (-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}] .$

五、  $y(x) = e^{-2x}(\frac{1}{3}x^3 + C) .$

六、 1)  $p = \int_{10}^{+\infty} \frac{1}{5} e^{-\frac{t}{5}} dt \approx 0.14 ,$

$$2) EX = \int_0^{10} t \cdot \frac{1}{5} e^{-\frac{t}{5}} dt + 10e^{-2} \approx 4.3 ,$$

$$3) Y \sim B(5, p), \quad EY = 5 \times 0.14 = 0.7 .$$

七、证明：令  $I = \int_0^1 xf(x)dx \int_0^1 f^2(x)dx - \int_0^1 xf^2(x)dx \int_0^1 f(x)dx$

$$= \int_0^1 \int_0^1 f(x)f^2(y)(x-y)dxdy \quad \textcircled{1}$$

$$\text{又 } I = \int_0^1 \int_0^1 (y-x)f(y)f^2(x)dxdy \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \quad 2I = \int_0^1 \int_0^1 f(x)f(y)(x-y)[f(y)-f(x)]dxdy$$

又  $f(x)$  为  $[0, 1]$  上的单调减少且恒大于零的连续函数，得

$$2I \geq 0, \text{ 即 } I \geq 0, \text{ 即 } \frac{\int_0^1 xf^2(x)dx}{\int_0^1 xf(x)dx} \leq \frac{\int_0^1 f^2(x)dx}{\int_0^1 f(x)dx} .$$