（装订线内不要答题）

# 复旦大学数学科学学院

## 2015～2016学年第二学期期末考试试卷

**□ A 卷**

**课程名称：** 高等数学C（下）　**课程代码：** ________

**开课院系：** 数学科学学院　**考试形式：** 闭卷

**姓　名：** ________　**学　号：** ________　**专　业：** ________

| 题　目 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得　分 | | | | | | | | |

**1、（本题满分48分，共6小题，每小题8分）**

(1). 求极限

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{1-\cos[e^x(x^2+y^2)]}{(x^2+y^2)^2}.$$

(2). 交换积分顺序并求积分的值：$\int_0^1 dx \int_x^1 e^{1-y^2} dy$.

(3).求幂级数$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n}{n}(x-1)^n$的收敛域。

(4). 解微分方程$yy' = 2x + y$.

(5). 求函数$Z = x^4 + y^4 + 2016$ 在条件 $x + y = 2$上的最小值。

(6). 已知随机变量$\xi$服从正态分布$N(\mu,4)$，且级数$\sum_{n=1}^{\infty}n^{\xi}$收敛的概率为0.5， 求$\mu$ 及 $\xi$ 的数学期望 $E\xi$;

**2、计算题（本题满分10分）** 设平面区域$D=\{(x,y)|\pi^2\leq x^2+y^2\leq 4\pi^2\}$，计算二重积分

$$\iint_D[\sin\sqrt{x^2+y^2}\ +\ \sin(2xy)]dxdy$$

.

**3、计算题（本题满分10分）** 已知函数$y(x)$满足方程$y'' + 4y' + 3y = \pi(3x+4)$, 且$y(0) = \pi, y'(0) = 0$. 记$a_n = y(n)$, $n = 1, 2, \cdots$, 试判断级数

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n \sin a_n$$

的敛散性并说明理由。

**4、计算题（本题满分8分）**展开$\dfrac{d}{dx}(\dfrac{e^x-1}{x})$为 $x$ 的幂级数，并求级数

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n}{(n+1)!}\text{的和.}$$

**5、（本题满分8分）** 设二元函数$f(u,v)$ 具有连续一阶偏导数，$z=z(x,y)$由方程

$$(x+1)z+y^2=2x^2f(x,y+z)$$

确定, 求全微分 $dz|_{(0,1)}$.

**6、计算题（本题满分10分）** 已知一日之内进入某商铺的顾客数$\eta$服从参数为30的Poisson分布（即$P(\eta = n) = \frac{30^n}{n!}e^{-30}, n = 0, 1, 2, \cdots$），而每位顾客实际购物的概率为$\frac{1}{3}$, 求一日之内实际购物的顾客数目$\xi$ 的分布，并求$\xi$ 的数学期望以及方差。

**7、证明题（本题满分6分）** 设二元函数$z = f(x,y)$在闭单位圆盘$D : x^2 + y^2 \leq 1$上连续，在$D$的内部$D^0 : x^2 + y^2 < 1$上具有连续偏导数，且满足方程

$$z = (x^2 + y^2)\frac{\partial z}{\partial x} + 2016(\frac{\partial z}{\partial y})^2.$$

如果$z = f(x,y)$在$D$的边界（即闭单位圆周$\partial D : x^2 + y^2 = 1$）上取值恒为零，请证明函数$z = f(x,y)$在闭单位圆盘$D : x^2 + y^2 \leq 1$上取值恒为零。