

复旦大学数学科学学院

2014~2015 学年第一学期期末考试试卷

《高等数学 C (上)》试题答案

1. (本题 48 分, 每小题 6 分)

(1) $\mathbf{0}$;

(2) $\frac{1}{4}$;

(3) $\frac{1}{x}dx$;

(4) $t, \frac{1}{f''(t)}$;

(5) 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减, 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增; 拐点为 $(-1, 1-2e^{-1})$;

(6) $4\sin 1$;

(7)
$$\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix};$$

(8) $x=0$ 为根;

2. (本题 10 分) $\frac{1}{2n}f'(0)$;

3. (本题 10 分) (1) $A = \frac{1}{2}$; (2) $V_y = \frac{5\pi}{3}$;

4. (本题 10 分) 令 $F(x) = \int_a^x f(t)dt \int_x^b g(t)dt$, 显然 $F(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导,

且 $F(a) = F(b) = 0$, 至少有一点 $c \in (a, b)$, 使得 $F'(c) = 0$,

即 $f(c) \int_c^b g(x)dx = g(c) \int_a^c f(x)dx$ 成立。

5. (本题 10 分)

(1) 当 $k > 1$ 时, 原反常积分收敛;

(2) 当 $k = 1 - \frac{1}{\ln 2}$ 时, 该反常积分取得最小值。

6. (本题 12 分)

$$\text{通解: } \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \lambda \in \mathbf{R} .$$