

姓名: _____ 学号: _____ 专业: _____ 年 月 日)
(声明: 我已知悉学校对于考试纪律的严肃规定, 将秉持诚实守信宗旨, 严守考试纪律, 不作弊, 不剽窃; 若有违反学校考试纪律的行为, 自愿接受学校严肃处理。签名: _____)

复旦大学数学科学学院
2017~2018 学年第二学期期末考试试卷
A 卷

课程名称: 高等数学 C (下) 课程代码: MATH120006
开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

题号	1	2	3	4	5	6	7	总分
得分								

一、 (本题满分 48 分, 每小题 8 分) 计算下列各题:

1、 计算 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(xy) \cdot (x^2 + e^y + 1)}{1 - \sqrt{1 + xy}}$.

2、 设 $z = e^{-x} \sin \frac{x}{y}$, 求 z'_x , $z''_{xy}(2, \frac{1}{\pi})$.

3、计算二重积分 $\iint_D \sin\left(\frac{x}{y}\right) dx dy$, 其中 D 是由直线 $y=x$, $y=2$ 和曲线 $x=y^3$ 所围成的闭区域。

4、判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \ln^2\left(1 + \frac{1}{n^{\sqrt{n}}}\right)$ 的敛散性。

5、设函数 $f(x)$, $g(x)$ 满足 $f'(x) = g(x)$, $g'(x) = 2e^x - f(x)$, 且 $f(0) = 0, g(0) = 2$, 求 $f(x)$.

6、将信息分别编码为 X 和 Y 后传递出去, 接收站接收时, X 被误收为 Y 的概率 0.02 , 而 Y 被误收为 X 的概率 0.01 , 信息 X 与信息 Y 传递的频率程度之比为 $2:1$. 若接收站收到的信息是 X , 问 (1) 接收站收到的信息是 X 的概率是多少? (2) 原发信息也是 X 的概率是多少?

二、（6分）设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $e^{-xy} - 2z + e^z = 0$ 所确定的二元函数，求 dz 。

三、（8分）求两直线 $\begin{cases} y = 2x \\ z = x + 1 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} y = x + 3 \\ z = x \end{cases}$ 之间的最短距离。

四、（8分）计算 $\iint_D xy[1+x^2+y^2]dxdy$ ，其中

$D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq \sqrt{2}, x \geq 0, y \geq 0\}$ ， $[1+x^2+y^2]$ 表示不超过 $1+x^2+y^2$ 的最大整数。

五、（10分）设函数 $f(x) = \arctan \frac{1+x}{1-x}$,

(1) 将 $f(x)$ 展开成 x 的幂级数, 并求收敛域; (2) 利用展开式求 $f^{(101)}(0)$.

六、 (10分) 已知 $f_n(x)$ 满足 $f_n'(x) = f_n(x) + x^{n-1}e^x$ (n 为正整数), 且 $f_n(1) = \frac{e}{n}$,

求函数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ 的和。

七、（10分）一实习生用一台机器接连独立地制造三个同样的零件，第 i 个零件

不合格品的概率为 $P_i = \frac{1}{1+i}$ ($i=1,2,3$)，以 X 表示三个零件中合格品的个数，

求：(1) X 的概率分布； (2) 平均的合格品数。