

复旦大学数学科学学院  
2007~2008 学年第一学期期末考试试卷  
□A 卷

课程名称: 高等数学 C (上) 课程代码: MATH120005.02

开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

姓 名: \_\_\_\_\_ 学 号: \_\_\_\_\_ 专 业: 医学

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 总分 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|
| 得分 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |

一、求极限 (6'×3)

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - 1}{x \ln(1 + 5x)}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{|\sin n^2|}}{n}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(a+x)^x - a^x}{x^2} (a > 0, a \neq 1)$$

二、(6') 设函数  $f(x) = \begin{cases} x+1 & x \leq 0 \\ x^x & x > 0 \end{cases}$ , 讨论  $f(x)$  在  $x=0$  处的连续性, 并求这个函数的单调区间和极值。

三、(6') 设  $f(0)=0$ ,  $f'(0)$  存在, 求  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} f(e^x)$ 。

四、(6') 设函数  $f(x)$  处处可导, 且有  $f'(0)=1$ , 并对任何实数  $x$  和  $h$ , 恒有  $f(x+h)=f(x)+f(h)+2hx$ , 求  $f'(x)$ 。

五、(6') 求曲线  $\begin{cases} x = e^t \sin 2t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$  在点(0,1)处的切线方程。

六、(6'×3) 求积分

1.  $\int_{-1}^1 \left( \frac{x \cos x}{x^4 + 2} + 1 \right) dx$

2.  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+x^2)^2} dx$

$$3. \int \frac{xdx}{1+\sin x}$$

七、(6') 已知  $f(x) = \int_1^x \frac{\ln t}{1+t} dt$ , 求  $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ 。

八、(6') 设函数  $f(x) = \int_1^x e^{-t^2} dt$ , 求  $\int_0^1 xf(x^2) dx$ 。

九、(6') 求抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 及其在点  $\left(\frac{p}{2}, p\right)$  处的法线所围区域的面积。

十、(6') 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $I$  为 3 阶单位阵,  $A^{-1}(BX + I) = 2X$ , 求  $X$ .

十一、(8') 设  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  均为三维列向量,  $A = (\alpha_1, \alpha_2, \beta_1)$ ,  $B = (\alpha_1, \alpha_2, \beta_2)$ , 行列式  $|A| = 2$ ,  
 $|B| = 1$ , 求行列式  $|2A - 5B|$ 。

十二、(8') 问  $a, b$  取何值时, 方程组  $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + (a+2)y - (b+2)z = 3 \\ -3ay + (a+2b)z = -3 \end{cases}$  分别有唯一解、无穷多解和无解?