



3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\sin x) - \sin(\tan x)}{x^3}$

二、已知  $y^2 f(x) + x f(y) = x^2$ ，且  $f(x)$  可导，求  $\frac{dy}{dx}$ 。(6')

三、设  $f'(\tan x + 1) = \cos^2 x + \sec^2 x$ ，且  $f(1) = 4$ ，求  $f(x)$ 。(6')

四、设  $y = \sin x \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $y = a (0 \leq a \leq 1)$  与  $x = 0$  所围面积为  $A_1$ ,  $y = \sin x \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ ,

$y = a (0 \leq a \leq 1)$  与  $x = \frac{\pi}{2}$  所围面积为  $A_2$ , 求  $A = A_1 + A_2$  的最小值。(6')

五、求下列积分：(6'×3)

1.  $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$

$$2. \int \frac{\sin x \cos x}{\sin x + \cos x} dx$$

$$3. \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos^3 x}{1 + e^x} dx$$

六、已知  $f'(x)$  存在,  $f'(0) = a$ , 且对任何  $x, y$  恒有  $f(x+y) = f(x) + f(y) + 2xy$ , 试求  $f(x)$ 。(6')

七、讨论广义积分  $\int_1^{+\infty} x^{-\lambda} \ln^n x dx$  ( $\lambda > 0, n \in N$ ) 的敛散性。(10')

八、证明：假设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有连续的二阶导数，又  $f(a) = f(b)$ ， $f'(a) > 0, f'(b) > 0$ ，那么在  $(a, b)$  内，至少有一点  $\xi$ ，使得  $f''(\xi) = 0$ 。(10')

九、求行列式  $D_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & -n \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & -n & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & -n & 1 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -n & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ 。(10')

十、设  $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$ ,  $A = ab^T$ ,  $B = b^T a$ , 求解方程  $2B^2 A^2 X = A^4 X + B^4 X + c$ 。

(10')